Physica IX, no 10 December 1942

VERRINGERUNG DER WIRKUNG SPONTANER SCHWANKUNGEN IN VERSTÄRKERN FÜR METER- UND DEZIMETERWELLEN

von M. J. O. STRUTT und A. VAN DER ZIEL

Natuurkundig Laboratorium N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven-Nederland

Summary

In a previous publication a method for increasing the signal-to-noise-ratio of an amplifier by means of a very high input impedance and subsequent feedback was set forth. This method cannot be applied to amplifiers in the decimeter wave range, because of the high input losses of amplifier valves due to electron transit times. Making use of the phase relations, caused by these transit times, we have succeeded in devising a method of suppression of the spontaneous fluctuations of the amplifier valves in this wave range.

Einleitung. Von verschiedenen Autoren wurde darauf hingewiesen, dass im Kurzwellenbereich durch Influenzwirkungen des Elektronenstromes in Verstärkerröhren Spannungsschwankungen am Steuergitter entstehen, welche unter Umständen eine Steigerung der Gesamtschwankungen am Ausgang zur Folge haben können [1] [2] [3] [4]. Hier soll gezeigt werden, dass diese Influenzschwankungen durch richtige Wahl der Phasenverhältnisse in der Verstärkerschaltung dazu verwendet werden können, die Gesamtschwankungen am Ausgang bedeutend zu verringern und ein günstigeres Verhältnis des Signals zu den Schwankungen zu erzeugen (vergl. auch [4] S. 15).

In Bezug auf die Schreib- und Rechenweise sei im Anschluss an frühere Arbeiten bemerkt, dass wir die Strom- und Spannungsschwankungen jeweils in einem so kleinen Frequenzintervall betrachten, dass die komplexen Leitwerte der Verstärkerschaltung als konstant angesehen werden dürfen. Wir können in einem solchen Frequenzintervall die Schwankungen als einwellige Wechselströme und Wechselspannungen in die Rechnung einführen [4] [6] [7].

Da die rechnerische Verfolgung der Elektronenbewegung und namentlich jene der Schwankungen für den hier betrachteten Wellenbereich noch mehrere Lücken aufweist, haben wir unsre Rechnung derart gestaltet, dass von bestimmten Modellvorstellungen über diese Elektronenbewegung kein Gebrauch gemacht wird. Die eingeführten Phasenbeziehungen können als rein empirisch angesehen werden und sind zum Teil früheren Messungen zu entnehmen [8]).

Berechnung des Verhältnisses des Signals zu den Schwankungen einer Verstärkerschaltung. Bei den auftretenden Strömen und Spannungen beziehen sich grosse Buchstaben auf das Signal, kleine Buchstaben auf die Schwankungen. Wir können das Signal am Verstärkereingang einer Spannungsquelle mit dem inneren Widerstand R_a entnommen denken (z.B. Antenne). Als Verstärkerröhre verwenden wir einfachheitshalber eine Triode, deren Anode über einen sehr grossen Leitwert mit der Kathode verbunden ist. Wir rechnen sämtliche spontanen Schwankungen auf eine Spannung zwischen Steuergitter und Kathode um. Die Triode kann dann weiter als schwankungsfrei betrachtet werden und das Verhältnis der Schwankungsspannung zur Signalspannung zwischen Gitter und Kathode ist dem entsprechenden Verhältnis am Verstärkerausgang gleichzusetzen, falls die Schwankungsquellen ausser der Eingangsschaltung und der ersten Verstärkerröhre keinen wesentlichen Beitrag liefern. Zwischen der Signalquelle und dem Verstärkereingang sei ein Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis t geschaltet. Dieses Verhältnis t werden wir später in möglichst günstiger Weise in Bezug auf das Signal-schwankungsverhältnis wählen. Die Signalquelle erzeugt auch spontane Schwankungen, welche durch eine Schwankungsquelle u_a in Reihe mit dem Innenwiderstand R_a dargestellt werden.

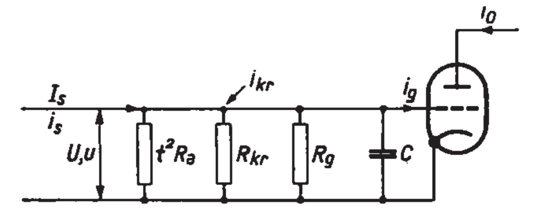


Abb. 1. Eingangskreis der ersten Verstärkerstufe mit zugehöriger Röhre. Die verschiedenen Symbole sind im Text definiert.

Die betrachtete Schaltung ist in Abb. 1 dargestellt. Zwischen Gitter und Kathode befindet sich die Parallelschaltung des transformierten

Quellenwiderstandes t^2R_a, des Widerstandes R_{kr} des abgestimmten Eingangsschwinkungskreises, des Wirkwiderstandes R_g, welcher infolge des Leistungsaufwandes für die Steuerung der Elektronen in der Röhre zwischen Gitter und Kathode entsteht, sowie einer Kapazität C, welche eine etwaige Verstimmung des Kreises darstellt. Das Signal wird durch einen Strom I_s bezeichnet, welcher aus der Quellenspannung U_a nach der Formel: $I_s = U_a/tR_a = I_{sa}/t$ berechnet wird. Der zugehörige Schwankungsstrom ist i_s:

$$\overline{i_s^2} = \frac{\overline{i_{sa}^2}}{t^2} = \frac{\overline{u_a^2}}{t^2R_a^2}\,. \tag{1}$$

Weiter fliesst im Eingangskreis noch der Schwankungsstrom i_{kr} des Schwingungskreises R_{kr}:

$$\overline{i_{kr}^2} = \frac{4\,kT\,\Delta f}{R_{kr}}\,, \tag{2}$$

(wo k die Boltzmannsche Konstante, Δf das betrachtete kleine Frequenzintervall, T die effektive Kreistemperatur darstellen) und weiterhin der Influenzschwankungsstrom i_g, welcher infolge der Influenzwirkung der Schroteffektschwankungen in der Röhre zum Steuergitter fliesst [1]) [3]).

Der Signalstrom I_s erzeugt eine Signalspannung U zwischen Gitter und Kathode:

$$U = I_s\left(\frac{1}{t^2R_a} + \frac{1}{R_{kr}} + \frac{1}{R_g} + j\omega C\right)^{-1}. \tag{3}$$

Zur Berechnung der gesamten effektiven Spannungsschwankung u zwischen diesen Klemmen müssen wir zu den obengenannten Schwankungsströmen noch die Schwankungen berücksichtigen, welche am Röhreneingang die Schroteffektschwankungen der Triode darstellen sollen. Wenn der entsprechende Anodenschwankungsstrom i_0 ist und die Steilheit der Röhre S (wir denken die Anode über einen geringen Widerstand im Vergleich zum Triodeninnenwiderstand mit der Kathode verbunden), so beträgt die entsprechende Spannungsschwankung zwischen Gitter und Kathode i_0/S. Wir erhalten für die Gesamtspannungsschwankung zwischen diesen Klemmen die Formel:

$$\overline{u^2} = \overline{\left[(i_s + i_{kr} - i_g)\left(\frac{1}{t^2R_a} + \frac{1}{R_{kr}} + \frac{1}{R_g} + j\omega C\right)^{-1} + \frac{i_0}{S}\right]^2}\,. \tag{4}$$

Von den vier angeschriebenen Schwankungsströmen hängen nur i_g und i_0 miteinander zusammen. Nennen wir den spontanen Schwankungsstrom in der Kathodenzuleitung i_k, so ist offenbar $i_k = i_g + i_0$. Zwischen i_0 und i_k besteht eine gewisse Phasenbeziehung *). Aus (3) und (4) ergibt sich sofort das Signal/Schwankungsverhältnis der betrachteten Verstärkerstufe.

Wahl des Übersetzungsverhältnisses und der kapazitiven Verstimmung C für ein günstiges Signal/Schwankungsverhältnis. Wir können im Kurzwellenbereich R_{kr} stets so gross wählen, dass $1/R_{kr}$ in Bezug auf $1/t^2R_a$ und auf $1/R_g$ vernachlässigbar ist. Gleichzeitig wird dann i_{kr} nach Gl. (2) vernachlässigbar in Bezug auf i_s und i_g. Wir müssen nun bei den Grössen i_g, i_0 und S die im Kurzwellenbereich auftretenden Phasenwinkel infolge der endlichen Elektronenlaufzeit in der Triode, gemessen an einer Periode der betrachteten Schwingungen, berücksichtigen und schreiben:

$$\begin{aligned} S &= |S|\, e^{-j\phi_a};\ j = +\sqrt{-1}, \\ i_0 &= |i_0|\, e^{-j\phi_r}; \\ i_g &= j\, |i_g|\, e^{-j\phi_g}. \end{aligned} \tag{5}$$

Hierbei ist der Phasenwinkel φ_a bezogen auf die Gitterwechselspannung, die Phasenwinkel φ_r und φ_g jedoch auf die Kathodenstromschwankung i_k (vergl. [1]) [9]) [10])).

Empirisch gilt, das $|S|$ bis etwa 50 cm Wellenlänge herab den gleichen Wert hat wie bei längeren Wellen, während φ_a bei dieser Wellenlänge z.B. gleich 120° ist. Der Phasenwinkel φ_r weicht nach bestimmten Modellvorstellungen nicht viel von φ_a ab, während $|i_0|$ auch bis zur genannten Grenze etwa wellenlängenunabhängig ist und φ_g etwa die Grössenordnung $\varphi_r/2$ hat.

Wir erhalten aus (3), (4) und (5), wenn wir beachten, dass nur i_g und i_0 statistisch zusammenhängen:

$$\frac{\overline{u^2}}{U^2} = \left[\frac{\overline{i_{sa}^2}}{t^2} + \overline{i_g^2}\left|1 - \left|\frac{i_0}{i_g S}\right| \frac{1}{j}\, e^{j(\phi_a+\phi_g-\phi_r)} \left\{\frac{1}{t^2R_a} + \frac{1}{R_g} + j\omega C\right\}\right|^2\right] \cdot \left(\frac{I_{sa}^2}{t^2}\right)^{-1} = \frac{\overline{i_{sa}^2} + \overline{i_g^2}\,\frac{R_g}{R_a}\,w}{I_{sa}^2}, \tag{6}$$

*) Das Minuszeichen vor i_g in Gl. (4) ist eine Folge der an sich willkürlichen Wahl der Richtung dieses Stromes in Abb. 1. Es stellt sich jedoch heraus, dass diese Wahl bei gebührender Berücksichtigung auf Gl. (6) keinen Einfluss hat.

wo

$$w = \left| 1 - \left| \frac{\dot{i}_0}{i_g S R_g} \right| \frac{1}{j} e^{j\phi} \left(\frac{R_g}{t^2 R_a} + 1 + j\omega C R_g \right) \right|^2 \left(\frac{R_g}{t^2 R_a} \right)^{-1}, \quad (7)$$

eine dimensionslose Grösse ist.

Die drei Phasenwinkel treten offenbar nur in der Zusammenstellung $\varphi = \varphi_a + \varphi_g - \varphi_r$ auf.

Wir wollen nun t und C so bestimmen, dass der Ausdruck (6) möglichst klein wird. Dies ist offenbar der Fall, wenn der mit w bezeichnete Ausdruck ein Minimum aufweist. Wir führen zur Vereinfachung die neuen Bezeichnungen:

$$\left| \frac{\dot{i}_0}{i_g S R_g} \right| = a; \quad \frac{R_g}{t^2 R_a} = x; \quad \omega C R_g = y, \quad (8)$$

ein und erhalten an Stelle von (7):

$$w = \frac{1}{x} [1 - a\{(x + 1) \sin \varphi + y \cos \varphi\}]^2 + \\ + \frac{a^2}{x} \{(x + 1) \cos \varphi - y \sin \varphi\}^2. \quad (7a)$$

Dieser Ausdruck muss als Funktion von x und y zum Minimum gemacht werden. Als Funktion von y wird dieses Minimum erreicht für $ay = \cos \varphi$ und man erhält aus (7*a*):

$$\mathrm{Min}_y (w) = \frac{\{a(x + 1) - \sin \varphi\}^2}{x}. \quad (7b)$$

Dieser Ausdruck wird als Funktion von x möglichst klein für $a^2x^2 = (a - \sin \varphi)^2$. Die beiden Minimalbedingungen können stets erfüllt werden. Wenn $\cos \varphi$ negativ ist, muss die Verstimmungskapazität C negativ gewählt werden, d.h. es muss eine entsprechende Induktivität eingeführt werden. Die Grösse x muss nach Gl. (8) stets > 0 sein. Im Fall $a = \sin \varphi$ wäre $x = 0$ und deshalb würde keine Signalspannung am Gitter vorhanden sein. Wir unterscheiden deshalb zwei Fälle: erstens: $a - \sin \varphi > 0$ und zweitens: $a - \sin \varphi < 0$.

Im ersten Falle ergibt Gl. (7*b*):

$$\mathrm{Min}_{x,y} (w) = 4a(a - \sin \varphi); \quad (9)$$

diese Grösse ist natürlich positiv.

Im zweiten Falle ergibt (7*b*): $w_{min} = 0$ und somit wird nach Gl. (6) das Verhältnis der Schwankungen zum Signal am Ausgang der Verstärkerstufe genau gleich dem entsprechenden Verhältnis bei der Signalquelle. *Der Beitrag der ersten Verstärkerstufe zu den Gesamtschwankungen ist somit in diesem Fall für die betrachtete Kreisfrequenz* ω *(vergl. 8) vollkommen zum Verschwinden gebracht worden.* Für benachbarte Kreisfrequenzen ist dieser Beitrag auf einen relativ geringen Betrag herabgedrückt. Wir haben durch unsre Schaltmassnahmen in diesem Fall für den Kurzwellenbereich das gleiche Ergebnis erzielt wie früher durch entsprechende Massnahmen im Bereich längerer Wellen.

Das Auftreten des ersten und zweiten Falles für bestimmte Frequenzen bei bestimmten Röhren kann nur durch Versuche oder unter Heranziehung bestimmter Modellvorstellungen auf rechnerischem Wege entschieden werden.

Wir betrachten weiterhin den Fall, dass keine Verstimmung des Eingangsschwingungskreises angewandt wird, also $y = 0$. In diesem Fall findet man nach Gl. 7*a* für einen möglichst kleinen Wert w für x den Ausdruck: $a^2x^2 = (1 - 2a \sin \varphi + a^2)$, also x reell, mit Ausnahme des Falles $a \geq 1$ für bestimmte Werte von φ. Der entsprechende w-Wert wird:

$$w_{min} = 2a \{(1 - 2a \sin \varphi + a^2)^{\frac{1}{2}} + (a - \sin \varphi)\}. \qquad (10)$$

Wir bemerken, dass auch in diesem Fall der Verstärkerbeitrag zu dem Signal/Schwankungsverhältnis am Ausgang verschwindet, wenn $\sin \varphi = 1$ ist und $a \leq 1$. Da im Falle ohne Verstimmung $a^2x^2 = (a^2 - 2a \sin \varphi + 1)$ ist und im Falle *mit* Verstimmung $a^2x^2 = (a - \sin \varphi)^2 = a^2 - 2a \sin \varphi + \sin^2 \varphi$, kommt im letzteren Falle eine weniger feste Kopplung mit der Signalquelle heraus, besonders wenn φ klein ist.

Diskussion der Ergebnisse. Wenden wir uns zuerst dem Fall ohne Verstimmung zu. In Abb. 2 ist $w_{min} = 2a\{(1 - 2a \sin \varphi + a^2)^{\frac{1}{2}} + (a - \sin \varphi)\}$ aufgetragen gegen a^2 mit φ als Parameter. Wie aus Abb. 2 ersichtlich, nimmt w_{min} mit zunehmendem φ ständig ab, sodass im Dezimeterwellengebiet, wo beträchtliche Werte des Parameters φ möglich sind, bedeutend günstigere Signal/Schwankungsverhältnisse erzielt werden können, als für $\varphi = 0$ erwartet werden könnten. Der Fall $\varphi = 0$ wurde schon in einer früheren Arbeit erörtert [4]).

Im Falle, dass die Verstimmung möglichst günstig gewählt wird, ist es von grosser Bedeutung zu wissen, welche der beiden Möglichkeiten $(a - \sin \varphi) > 0$ oder $(a - \sin \varphi) < 0$ vorliegt. Im ersten Falle wäre $w_{min} = 4a(a - \sin \varphi)$, im zweiten Falle dagegen $w_{min} = 0$. Auf Grund eines bestimmten Rechenmodells (s.u.) ist $(a - \sin \varphi) < 0$, sodass wahrscheinlich völlige Beseitigung der Wirkung spontaner Schwankungen der Röhre erreicht werden kann. Aber auch schon im Falle $(a - \sin \varphi) > 0$ bringt die obenerwähnte Verstimmung eine beträchtliche Verbesserung des Signal-Schwankungsverhältnisses mit sich, wie aus Abb. 2 zu entnehmen ist, wo auch $w_{min} = 4a(a - \sin \varphi)$ aufgetragen ist gegen a^2 mit φ als Parameter (gestrichelt).

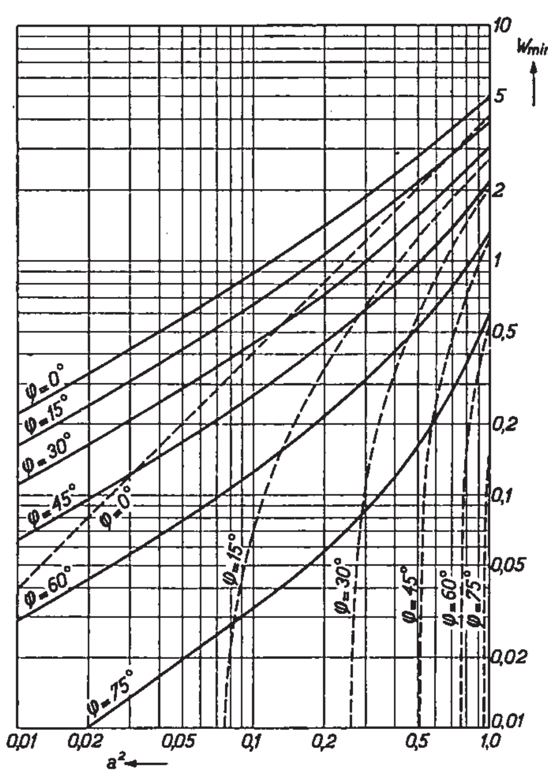


Abb. 2. w_{min} nach Gl. (9) und (10) aufgetragen gegen a^2 mit φ als Parameter; ausgezogene Kurven beziehen sich auf den Fall, dass keine Verstimmung des Eingangskreises benutzt wird ($C = 0$), gestrichelte Kurven hingegen auf den Fall, dass die Verstimmung des Eingangskreises möglichst günstig gewählt wird.

Früher haben wir schon veröffentlicht, dass das Verhältnis R_b/R_g, wo R_b den Ersatzrauschwiderstand der Röhre und R_g den Elektronenanteil des Eingangswiderstandes bedeuten, massgebend ist für die Qualität der Röhren [5]). Wenn jedoch die Schwankungen völlig zu

beseitigen sind, ist dies scheinbar nicht mehr der Fall. In Wirklichkeit jedoch ist nur für einen ganz kleinen Frequenzbereich diese Beseitiging vollkommen, für breitere Frequenzbereiche ist die Verringerung am grössten wenn a klein ist. Nun ist aus der Definition der Grösse a zu schliessen, dass a ganz eng mit R_b und R_g zusammenhängen muss, und zwar ist a^2 proportional zu R_b/R_g, sodass auch in diesem Falle das Verhältnis R_b/R_g eine wichtige Rolle spielt.

Wir wollem zum Schluss an Hand des obengenannten Rechenmodells die praktisch auftretenden Werte der Grössen a und φ betrachten. Die Steilheit des Kathodenstroms in Bezug auf die Steuergitterspannung der Triode sei S_k und jene des Anodenstroms S. Wir nehmen an:

$$S_k = S_0\, e^{-j\phi_k} \text{ und } S = S_0\, e^{-j\phi_a},$$

dann ergibt sich ein komplexer Gitterleitwert:

$$Y_g = S_k - S = S_0\, (e^{-j\phi_k} - e^{-j\phi_a})$$

und deshalb:

$$\frac{1}{R_g} = S_0\, (\cos \varphi_k - \cos \varphi_a).$$

Weiterhin sei i_k der Schwankungsstrom in der Kathodenleitung und i_0 jener in der Anodenleitung; dann ist unter der Annahme:

$$i_0 = i_k\, e^{-j\phi_r}, \quad i_g = i_k\, (1 - e^{-j\phi_r}) = 2j \sin \frac{\varphi_r}{2}\, e^{-\frac{j\phi_r}{2}} \,.\, i_k$$

$$(\text{wegen } i_g = i_k - i_0).$$

Folglich wird:

$$a = \left| \frac{i_0}{i_g S\, R_g} \right| = \left| \frac{(\cos \varphi_k - \cos \varphi_a)}{2 \sin \frac{\varphi_r}{2}} \right| .$$

Wenn wir nun $\varphi_r = \varphi_a$ setzen, ist $\varphi_g = \varphi_a/2$, $\varphi = \varphi_a + \varphi_g - \varphi_r = \varphi_a/2$ und:

$$(a - \sin \varphi) = \frac{(\cos \varphi_k - 1)}{2 \sin \frac{\varphi_a}{2}} ,$$

falls sin $(\varphi_a/2) \geq 0$ und $\cos \varphi_k - \cos \varphi_a \geq 0$, was für kleine Phasenwinkel erfüllt ist.

Für $\varphi_a < 2\pi$ ist der Nenner positiv und der Zähler negativ. Für dieses Modell tritt also der zweite Fall des vorigen Abschnitts $[(a - \sin \varphi) < 0]$ auf, wie schon erwähnt wurde.

Anwendung einer Rückkopplung zur Steigerung der Verstärkung. Die oben behandelten Schaltmassnahmen zur Steigerung des Signal/Schwankungsverhältnisses am Verstärkerausgang bedingen eine Verstimmung des Eingangsschwingungskreises und deshalb eine Verringerung der Verstärkung. Weiterhin wird die Verstärkung der ersten Stufe auch noch durch den auftretenden Gitterleitwert $1/R_g$ beschränkt. In beiden Fällen kann die verstärkte Spannung am Eingang der zweiten Stufe so klein sein, dass die Schwankungen der zweiten Stufe noch eine wichtige Rolle spielen. Schliesslich ist für Breitbandverstärker zu beachten, dass eine Verstimmung der betrachteten Art z.B. Phasenverzerrungen verursachen kann. Wir wollen deshalb Schaltungen angeben, welche die Wirkung dieser Verstimmung auf das Ausgangssignal wieder aufheben und zugleich den Gitterleitwert verringern, ohne jedoch das erzielte günstige Signal/Schwankungsverhältnis zu ändern.

Dies kann durch eine Rückkopplung aus der Ausgangselektrode erzielt werden. Durch die Rückkopplung gelangt eine zusätzliche Signalspannung auf den Eingang und die Phase dieser Spannung kann so gewählt werden, dass die Wirkung der Verstimmung auf die Signalspannung aufgehoben wird. Weil jedoch die Schwankungen am Ausgang ganz beseitigt worden sind, gelangen durch diese Rückkopplung keine zusätzlichen Schwankungen auf den Eingang und deshalb bleibt die Wirkung der Verstimmung auf die Schwankungen erhalten.

Hiermit wäre dieses Problem gelöst, in Wirklichkeit liegen jedoch die Verhältnisse weniger einfach. Erstens sind diejenigen Schaltungen zu vermeiden, die zu grosse zusätzliche Schwankungen mit sich bringen; dies bedeutet eine möglichste Vermeidung von Widerständen, weil diese spontane Schwankungen aufweisen. Zweitens ist eine zu grosse Verstimmung des Ausgangsschwingungskreises zu vermeiden, weil dadurch die Verstärkung wieder beeinträchtigt wird. Drittens soll die zur Kompensierung der Schwankungen notwendige Antennenkopplung, die ohne Rückkopplung schon ziemlich lose war, durch

die Schaltmassnahmen nicht beträchtlich verringert werden, weil auch in diesem Fall das Ausgangssignal wieder verkleinert wird. Schliesslich ist zu beachten, dass Leitwerte mit negativem reellem Teil nicht ohne weiteres vorhanden sind.

Es ist möglich, allen diesen Anforderungen gerecht zu werden. Wir haben eine Klassifizierung der verschiedenen Schaltungsmöglichkeiten durchgeführt, verzichten aber aus Raumgründen auf eine eingehende Behandlung in dieser Arbeit.

Das oben für die spontanen Schwankungen des Anodenstroms einer Triode beschriebene Kompensierungsverfahren, das im Prinzip bereits in einer früheren Arbeit [4]) angegeben und später von anderer Seite experimentell bestätigt [2]) wurde, reigt einen Weg zur Konstruktion von Verstärkerstufen, welche wohl leistungsverstärkung aufweisen, aber zum signal fast keine weiteren Schwankungen hinzufügen. Hierzu ist notwendig, dass die Bedingung $(a - \sin \varphi) < 0$ für die betreffende Röhre erfüllt ist.

Eindhoven, den 3. September 1942.

Eingegangen, den 30. Oktober 1942.

LITERATURVERZEICHNIS

1) C. J. Bakker, Physica **8**, 23, 1941.
2) W. Kleen, Telefunkenröhre, Heft **23**, 274, 1941.
3) D. O. North und W. R. Ferris, Proc. Inst. Rad. Eng., **29**, 49, 1941.
4) M. J. O. Strutt und A. van der Ziel, Physica **8**, 1, 1941.
5) M. J. O. Strutt und A. van der Ziel, Physica **8**, 424, 1941.
6) M. J. O. Strutt und A. van der Ziel, Physica **9**, 513, 1942.
7) A. van der Ziel und M. J. O. Strutt, Physica **9**, 528, 1942.
8) M. J. O. Strutt, Moderne Kurzwellenempfangstechnik, Springer, 1939.
9) M. J. O. Strutt und A. van der Ziel, Physica, **8**, 81, 1941.
10) M. J. O. Strutt und A. van der Ziel, Physica, **9**, 65, 1942. Die Stellen 1, 6, 8, 9 und 10 enthalten weitere Schrifttumsangaben.